

دراسة تأثير أبعاد بارامترات أنود خلية مصهر الألومنيوم على مقدار الطاقة الكهربائية المستهلكة

أ. ربيعة بدر عمر أوحيدة - أ. سلطنة صالح البخاطرة عبد ربه

قسم الفيزياء، كلية الآداب والعلوم المرج، جامعة بنغازي



## دراسة تأثير أبعاد بارامترات أنود خلية مصهر الألومنيوم على مقدار الطاقة الكهربائية المستهلكة

الملخص :

يتناول هذا البحث دراسة لتأثير أبعاد أنود خلية هيرولت- هول لمصهر الألومنيوم على مقدار الطاقة الكهربائية المستهلكة خلاله، حيث دُرست علاقة هبوط الجهد خلال الأنود مقابل تيار الأنود، قطر العقب، عمق فتحة العقب، طول الأنود، وارتفاع الأنود باستخدام طريقة الفروق المحددة، ثم قورنت نتائج هذه الدراسة مع نتائج منشورة متحصل عليها بطرق أخرى أكثر تعقيداً وهي نماذج العناصر المنتهية (3D ANSYS model) وطريقة (Dyna/Marc1.7 lump ) ( parameters +cell simulator ) [1].

الكلمات المفتاحية : أنود خلية هيرولت- هول ، معادلة لابلاس، هبوط الجهد.

### Abstract:

This paper deals with the study of the effect of the dimensions of the Hall-Heroult cell anode for the aluminum smelter on the amount of electrical energy consumed during it, as it studied the relationship of the voltage drop through the anode versus the anode current, the diameter of the stub, the stub hole depth, the anode length, and the anode height using the finite differences method, then the results of this study were compared with published results obtained by other, more complex methods, which are Finite elements method (3D ANSYS model) and Dyna/Marc1.7 (lump parameters +cell simulator ).

## 1. المقدمة

أصبحت صناعة الألمنيوم حالياً واحدة من أهم الصناعات المعدنية، ولكن معظم خلايا استخراج الألمنيوم تستهلك طاقة عالية مقارنة بمقدار الطاقة اللازمة لاختزال الألومينا ( $Al_2O_3$ ) لتعطي فلز الألمنيوم ويتصاعد غاز الأكسجين فخلايا استخراج الألمنيوم الحديثة تحتاج لطاقة ما بين 11 - 16 كيلو وات. ساعة لإنتاج 1 Kg من معدن الألمنيوم هذه الطاقة عالية مقارنة بمقدار الطاقة اللازمة لإنتاج هذا المقدار من الألمنيوم [2,3]، ففي هذه الخلايا تهدر طاقة إضافية مقدارها أكثر من 50% داخل الخلية ومحيطها الخارجي [4,5].

لذا فإن معرفة سلوك كل جزء من مكونات خلية مصهر الألمنيوم على قدر كبير من الأهمية في الجانبين العلمي والاقتصادي، ففي الجانب العلمي هناك بعض الظواهر الفيزيائية التي تحدث أثناء عمل الخلية نتيجة مرور التيارات العالية جداً و من هذه الظواهر المجالات الكهربائية والحرارية والمغناطيسية وغيرها والتي لها تأثير مباشر على كفاءة الخلية، ولقد تبين أن الظاهرة الكهروحرارية هي التي تؤثر في استهلاك أغلب طاقة الخلية، ووجد أن حوالي 10-20% من طاقة الخلية تستغل للتغلب على المقاومة الكهربائية للأنودات [6,7]، ومن هنا جاءت فكرة دراسة تأثير أبعاد أنود خلية هيرولت- هول لمصهر الألمنيوم على مقدار الطاقة الكهربائية المستهلكة .

## 2. معادلة لابلاس للجهد الكهربائي

تستخدم معادلة لابلاس لتحديد حالة الاستقرار لتوزيع الجهد الكهربائي خلال النظام (الأنود) مع شروط ملائمة توضع على المعادلة عند الحدود.

$$\Rightarrow \nabla^2 V = 0 \quad \text{-----(1) (معادلة لابلاس)}$$

حيث  $V$ : الجهد الكهربائي، و  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  واستخدمت الإحداثيات الكارتيزية  $x, y, z$

لكون الأنود على شكل متوازي مستطيلات .

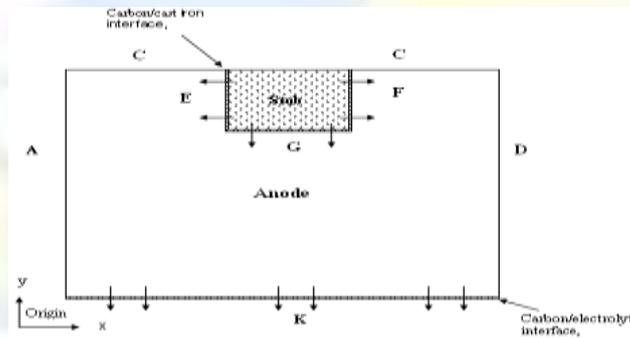
## العدد الخمسون / يناير / 2021

و لإيجاد حل المعادلة (1) بحيث يتحقق الحل عند كل نقطة داخل النظام مع مراعاة خاصة لقيم الشروط الحدية للمسألة، نلجأ إلى الحل التقريبي ( العددي ) بدلاً من الحل التحليلي الذي يتطلب مجهوداً كبيراً وقد يكون مستحيلًا في بعض الأحيان .

3. الشروط الحدية

معادلة لابلاس هي معادلة تفاضلية جزئية خطية من الرتبة الثانية وهي لا تعبر عن ظاهرة طبيعية بحد ذاتها ولكنها تمثل قانوناً عاماً يحكم ظواهر فيزيائية كثيرة، لذلك عند اعتبار مسألة معينة فإن حل معادلة لابلاس لا يكون محددًا إلا إذا تحققت بعض الشروط الحدية التي تلم بظروف المسألة نفسها وهناك ثلاثة أنواع من الشروط الحدية ينتج عنها ثلاثة أنواع من مسائل القيم الحدية ( boundary – value problems ) [8].

و الشكل (1) يمثل مقطعاً عرضياً عند منتصف أنود خلية هيرولت - هول:



شكل (1) الشريحة المركزية من أنود خلية هيرولت هول.

ينساب التيار من مجسم منتظم الجهد وهو العقب (Stub) ليعبر بشكل عمودي خلال تشكيلة الحديد الملامسة للكربون (المناطق البينية E, F, G) ويمر خلال قالب الكربون ليخرج من الأنود خلال الحد K، ويتضح من الشكل السابق بأن التيار لا يعبر خلال الأوجه الأخرى للأنود (A, D, C) واتجاهاته موضحة بواسطة الأسهم.

### • خلال المناطق البينية E, F, G

يمر التيار  $I$  عمودياً من خلال هذه المناطق وبما أنها تمثل حاجزاً فاصلاً بين منطقتين مختلفتين من حيث التوصيلية الكهربائية وعليه فإنها تفرض هبوط بالجهد الكهربائي عبرها يمكن حسابه من قانون أوم كما يأتي :

العدد الخمسون / يناير / 2021

$$\Delta V = I \left( \frac{\rho \lambda}{A} \right) = \frac{I}{A} (CR)$$

حيث :  $A$  : مساحة الاتصال للمناطق البينية .

$\rho \lambda$  : مقاومة الاتصال (Contact Resistance) ويرمز لها  $CR$  .

$\rho$  و  $\lambda$  تمثل المقاومة النوعية للسطوح البينية و  $\lambda$  سمك طبقة السطوح البينية ، وبما أن ما بين السطوح تدرس كطبقة رقيقة جداً عندئذ لا يمكن قياس كل من  $\rho$  و  $\lambda$  باستقلالية، لذلك يستعاض عنها بالمقدار  $\rho \lambda$  وهو يمثل مقاومة الاتصال ( $CR$ ) بين السطحين وقد أجريت الكثير من الدراسات للتنبؤ بمقاومة الاتصال الكهربائي بين الكربون والفولاذ ونشرت العديد من الأعمال المتعلقة بالموضوع ومع ذلك فإن هذه الدراسات لم توفر أي وسيلة دقيقة للتنبؤ بمقاومة الاتصال غير أن ريتشارد (Richard) وآخرون، وضعوا قانوناً ظاهرياً للتكهن بمقاومة الاتصال الكهربائي حيث وجدوا أن هذه المقاومة تتأثر بكل من درجة الحرارة وضغط الاتصال، ولقد تم القيام بعدة قياسات في المختبر لقياس مقاومة الاتصال في القطب الموجب بين الكربون وتشكيلة الحديد كدالة في ضغط الاتصال ووجد أن القيمة الحقيقية المستخدمة لاتصال جيد كانت  $2.32 \times 10^{-2} \Omega.cm^2$  في حالة كون الضغط المسلط على الوسطين محدود  $6.2 \times 10^7 \text{ dyne/cm}^2$  [9].

- المنطقة الحديدية **C** ( باستثناء منطقة العقب ) : هي منطقة فاصلة بين موصل وعازل (الفراغ) ويمر التيار بشكل مماسي ويتحقق عندها شرط نيومان حيث تتلاشى المشتقة العمودية للجهد على هذا الحدود .

$$\left. \frac{\partial V}{\partial n} \right|_{onC} = 0$$

- المناطق الحديدية **A, D** : هي أيضاً منطقة فاصلة بين موصل وعازل (الفراغ) ويمر التيار بشكل مماسي

$$\left. \frac{\partial V}{\partial n} \right|_{onA, D} = 0$$

ويتحقق عندها شرط نيومان بحيث :

- المنطقة الحديدية **K** : يعبر التيار هذه المنطقة بشكل عمودي وقيمة الجهد على هذه المنطقة تساوي:

## العدد الخمسون / يناير / 2021

$$V_K = V_{stub} - (V_{E,F,G} + V_{anode}) \text{-----}(2)$$

حيث  $V_{stub}$  جهد العقب ،  $V_{E,F,G}$  جهد المناطق البينية ،  $V_{anode}$  جهد قالب الكربون للأنود.

### 4. المحاكاة:

في هذه الدراسة تمت محاكاة توزيع الجهد الكهربائي ( $V$ ) في أنود خلية هيرولت- هول الحمص مسبقاً (prebak) في حالة وضع التشغيل المستقر و التي بموجبها يمكن حساب مقدار هبوط الجهد ( $\Delta V$ ) خلال الأنود بواسطة معادلة (2) ومن ثم دراسة تأثير تغيير أبعاد الأنود على مقدار هذا الهبوط.

وخلال الدراسة اعتمدت :-

- طريقة الفروق المحددة ( finite differences method ) لاخترال كل المعادلات (معادلة لابلاس ومعادلات الشروط الحدية ) إلى مجموعة من المعادلات الخطية الآنية لنتمكن من حلها عددياً [10,11]، (وتعتبر هذه الطريقة أكثر الطرق شيوعاً في حل مسائل القيم الحدية ، وفيها يتم إحلال المشتقات في المعادلة التفاضلية والشروط الحدية بالفروق المحددة وبذلك تتحول المعادلة التفاضلية إلى مجموعة من المعادلات الجبرية التي بحلها تنتج قيم الدالة عند نقاط مختلفة داخل نطاق الحل وإذا كانت المعادلة التفاضلية خطية وكذلك الشروط الحدية خطية في المتغير المجهول، فإن المعادلات الجبرية الآنية تكون خطية وبالتالي يمكن حلها بالطرق التكرارية).
- بناء برنامج حاسوبي لحساب مقدار هبوط الجهد خلال الأنود، هذا البرنامج يقوم أساساً بحل مجموعة المعادلات الخطية الآنية الناتجة عددياً بطريقة الاسترخاء الزائد المتتالي (SOR Successive over relaxation method ) [12].

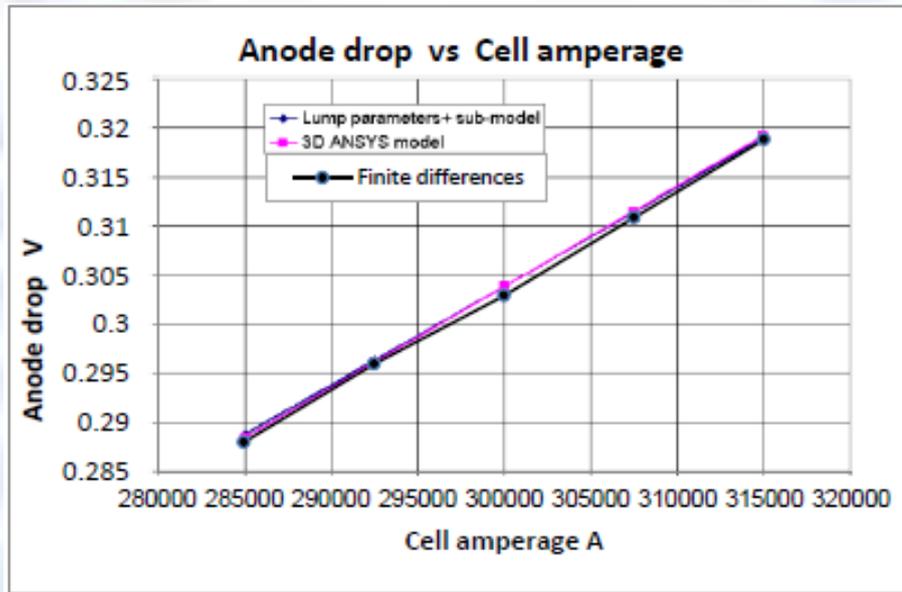
### 5. النتائج

خلال الدراسة كانت أبعاد قالب الكربون للأنود (160 , 80 , 80 cms)، وللتبسيط وحتى نتمكن من تطبيق طريقة الفروق المحددة على العقب افترض أنه على شكل متوازي مستطيلات أبعاده (25×25×19 cms) ، الجهد الكهربائي

## العدد الخمسون / يناير / 2021

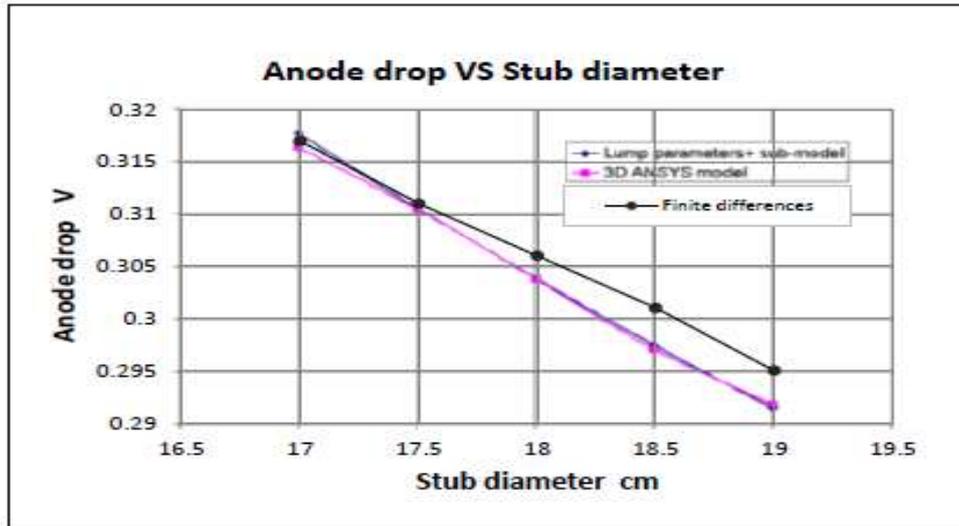
للعقب  $4.5V$  ، التيار المار خلال الأنود ( $7200A$ ) وتم توزيع التيار على أساس أن كثافة التيار متساوية لكل الأوجه الداخلية للعقب.

الأشكال من 2 إلى 6 تمثل مقارنة نتائج طريقة الفروق المحددة (Finite differences) مع نتائج منشورة متحصل عليها بطرق أخرى أكثر تعقيداً وهي نماذج العناصر المنتهية (3D ANSYS model) وطريقة Dyna/Marc1.7 ( lump parameters + cell simulator ).

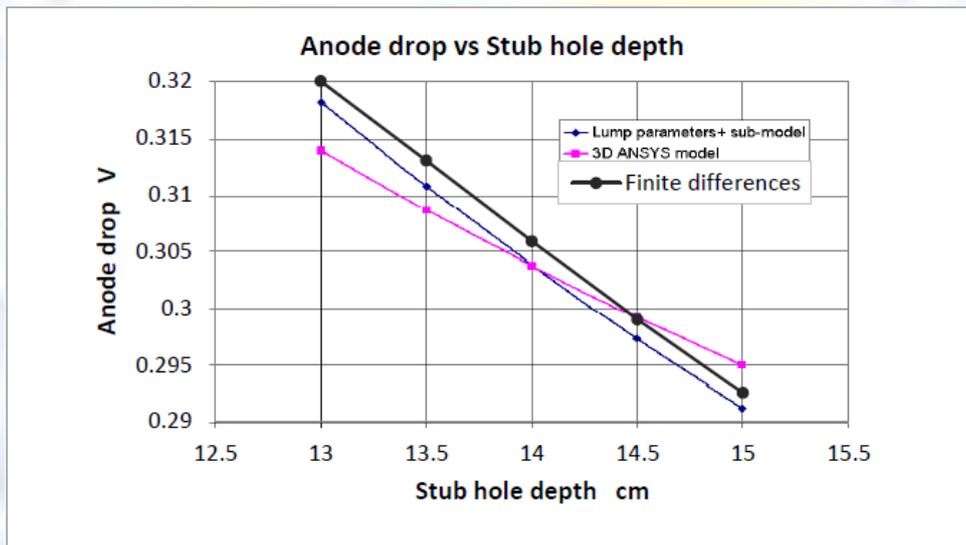


شكل (2) هبوط الجهد الكهربائي للأنود مقابل تيار الخلية.

العدد الخمسون / يناير / 2021

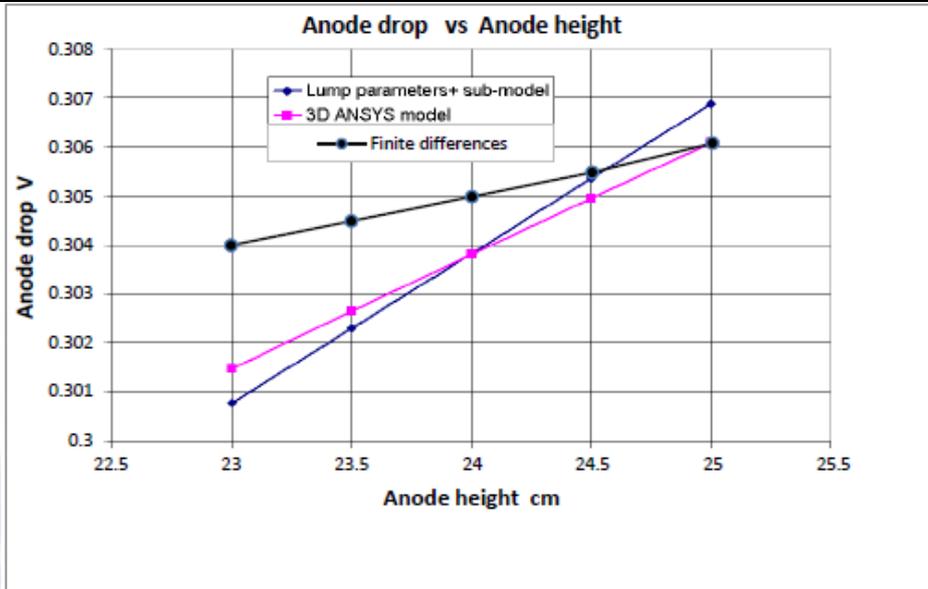


شكل (3) هبوط الجهد الكهربائي للأنود مقابل قطر العقب.

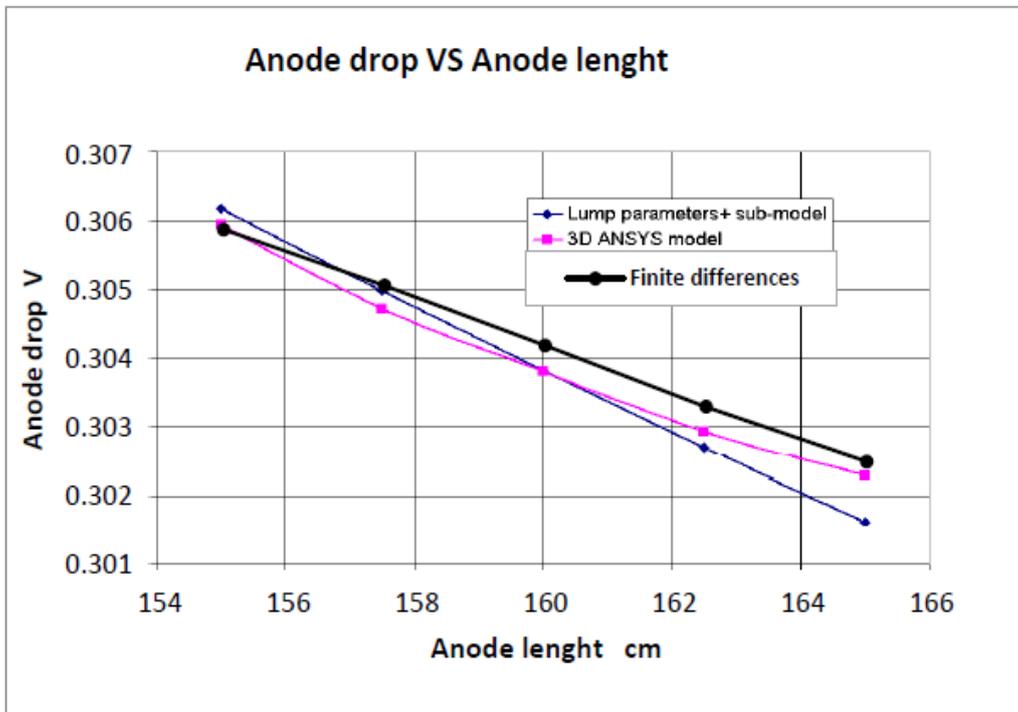


شكل (4) هبوط الجهد الكهربائي للأنود مقابل عمق فتحة العقب

## العدد الخمسون / يناير / 2021



شكل (5) هبوط الجهد الكهربائي للأنود مقابل ارتفاع الأنود



شكل (6) هبوط الجهد الكهربائي للأنود مقابل طول الأنود

## 6. الاستنتاج

نستنتج أن:

- حساب هذه البارامترات باستخدام طريقة مبسطة وهي الفروق المحددة (Finite differences) أعطت نتائج سريعة ومتقاربة مع نتائج الطرق الأكثر تعقيداً.
- أنه يوجد تقارب جيد بين نتائج محاكاتها و النتائج المنشورة الأخرى والتي تأخذ جميع الخصائص الفيزيائية للأنود الكربوني في الاعتبار.
- تغيير قيم هذه البارامترات يؤثر كثيراً في مقدار الطاقة الكهربائية المستهلكة (هبوط الجهد) فيما لو أخذ بعين الاعتبار عدد أعمدة الأنود في الخلية وعدد الخلايا في المصهر.
- نرى أنه من الضروري أن يقاس التيار المار في الأنود والذي من شأنه أن يغير كثيراً في الحسابات .

فمن الملاحظ عن الأبعاد المعطاة للأنود مع مرور تيار قيمته (7200A) فإن ذلك يعني أن كثافة التيار خلاله مساوية إلى (0.930 A/cm<sup>2</sup>) وهذا الرقم في مدى قيم كثافة التيار المتداولة في البحوث العلمية .

## 7. الأعمال المستقبلية

يمكن اعتبار هذا العمل خطوة على طريق دراسة منظومة مصاهر الألومنيوم بطريقة مبسطة بعيداً عن التعقيد الذي صاحب هذا النوع من الدراسات .

ويمكن تطوير هذه الدراسة في بحوث مستقبلية وذلك بإضافة متغيرات فيزيائية أخرى مثل الضغط الميكانيكي و المقاومة الكهربائية و أثرهما على هبوط الجهد داخل المصعد و ذلك بدراسة مفصلة لمقاومة الاتصال والأخذ بعين الاعتبار تغير المقاومة الداخلية للأنود مع تغير درجات الحرارة .

المراجع

1. Dupuis , M. and Haupin ,W. ,( 2003) ,Performing fast trend analysis on Cell Key design parameters , TMS Light Metals , 255-262 .
2. Antille, J. , Kaenel, R. and Bugnion L., (2016), Hall-Héroult Cell Simulator: a Tool for the Operation and Process Control, Light Metals, 617-622.
3. Mahmoud A., Mohamed M. and Atlam A. ,( 2016 ), A Study of Anodic Voltage Drop in Aluminum Reduction Cell by Finite Element Analysis, Int. Journal of Engineering Research and Applications, Vol. 6, Issue 1, (Part - 1), 1-11.
4. Mandin, Ph., Wüthrich, R. and Roustan, H., (2009), Industrial Aluminium Production: the Hall-Heroult Process Modelling, ECS Transactions, 19 (26) 1-10.
5. Choate , W. T. and green , J. A., ( 2003 ) , U.S. Energy Requirements for Aluminum Production : Historical perspective , Theoretical Limits and New opportunities , Department of Energy Washington , D.C.
6. Totten , G.E. and Mackenzie , D.S., ( 2003) ,Handbook of Aluminum , Marcel Dekker , Inc , New York .
7. Solheim, A. ,( 2018), Inert Anodes – the Blind Alley to Environmental Friendliness, Light Metals, 1253-1260.
8. Jenson , M.H. , ( 2005 ) , Computational Physics, university of Oslo, Norway.
9. . Richard ,D. , Fafard ,M. , Lacroix ,R. , Clery,P. and Maltais , Y., (2003) , Carbon to Cast iron Electricity Contact Resistance Constitutive Model for Finite Element Analysis , J. Mat. Proc. Tech., 132 , 119 – 131 .
10. Cason,D.M, and Minpham,C.G, (2010), Introductory finite difference methods for PDES, Book Boon.

العدد الخمسون / يناير / 2021

- 11.Saad,y. ,(2019), Iterative methods for linear systems of equations: A brief historical journey, Mathematics Subject Classification, Computer Science & Engineering, University of Minnesota.
- 12.Karunanithi, S., Gajalakshmi, N. and Malarvizhi, M. , M.Saileshwari , (2018), A Study on Comparison of Jacobi, Gauss-Seidel and Sor Methods for the Solution in System of Linear Equations, International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT) – Volume 56, Issue 4, 214-222.